

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

Realiza una de las dos opciones, A o B.

OPCIÓN A

A1) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a y resuélvelo en los casos en que es compatible:

$$\begin{cases} (a+1)x - y + (1-a)z = a+1 \\ (-a-1)x + (a+1)y + (a^2+a-2)z = -1 \\ (a+1)x - (a+1)y + (1-a^2)z = 0 \end{cases}$$

(3 puntos)

A2) Los puntos $A \equiv (2, -3, 2)$ y $B \equiv (0, 1, -2)$ determinan el lado desigual de un triángulo isósceles que tiene su tercer vértice en la recta de ecuación $r \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-4}{-2}$. Calcula este vértice sabiendo que el área del triángulo vale $18u^2$.

(2 puntos)

A3) Demuestra que existe $\alpha \in (1, e)$ tal que $f'(\alpha) = e + 1$, siendo

$$f(x) = (x + e x - e)^{\frac{e}{x}}$$

Menciona los resultados teóricos empleados y justifica su uso.

(2 puntos)

A4) Encuentra los tres puntos en que se cortan las gráficas de las funciones $f(x) = 1 + \cos x$ y $g(x) = \frac{-2x^2}{\pi^2} + 2$. Calcula el área de la región del plano encerrada entre ambas gráficas.

(3 puntos)

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

Realiza una de las dos opciones, A o B.

OPCIÓN B

B1) Calcula los valores del parámetro t para que se cumpla la condición $|A \cdot B| = |A + B|$, siendo A y B las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t-1 \\ 0 & -t & t \\ t+1 & 1-t & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} t & 0 & 0 \\ t+1 & t & t+1 \\ 1 & t-1 & t+1 \end{pmatrix}$$

(2 puntos)

B2) Calcula la ecuación continua de la recta t sabiendo que pasa por el punto $P \equiv (1, -2, -1)$ y que corta a las siguientes rectas:

$$r \equiv \begin{cases} -x + y - z - 1 = 0 \\ 3y - 2z + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \frac{x-3}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$$

(3 puntos)

B3) Calcula el valor del parámetro real a para que la siguiente función sea continua en **todo** \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} \log(x^2 + 9) & x \leq 1 \\ \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{a \cdot (1-x)} & x > 1 \end{cases}$$

(2 puntos)

B4) Demuestra que la siguiente función tiene un máximo relativo en el intervalo $(-1, 0)$:

$$f(x) = \cos(\pi x) \cdot \ln(x^2 - 3x + 2)$$

Menciona los resultados teóricos empleados y justifica su uso.

(3 puntos)

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

Criterios de calificación y corrección**Criterios generales**

La duración de la prueba es de 90 minutos. Se calificará de 0 a 10 puntos, redondeando a cuartos de punto.

- Se debe responder exclusivamente a las preguntas de una de las dos opciones (A o B). Si alguien responde a cuestiones de las dos opciones, la nota final será la peor de las dos puntuaciones obtenidas.
- Se tendrá en cuenta el planteamiento seguido para la resolución del problema y la claridad en la exposición. Si es pertinente, se valorará la referencia a los resultados teóricos usados.
- Para la penalización de los errores en los cálculos, se tendrá en cuenta:
 - si son consecuencia de no haber seguido el procedimiento más adecuado.
 - si reflejan fallos de concepto.
 - si producen simplificaciones relevantes.
 - si ocurren con reiteración.

Criterios específicos

A1) Se valorará con 2 puntos la discusión completa, 0,5 puntos la solución del caso compatible determinado y 0,5 puntos la del caso compatible indeterminado.

A3) Se valorará sobre 1 punto la mención justificada del teorema utilizado, haciendo referencia al cumplimiento de las hipótesis requeridas, y sobre 1 punto los cálculos y la argumentación usados para su aplicación en la demostración de la existencia del punto pedido.

A4) Se valorará con 0.5 puntos la obtención de los puntos de corte, con 0,5 puntos el dibujo de la gráfica (aunque no sea muy detallado) y con 2 puntos el cálculo del área. Si la resolución es correcta, se puede obtener la puntuación máxima aunque no se incluya el dibujo.

B3) Se valorará sobre 1,25 puntos el estudio de la continuidad en $x=1$ y sobre 0,75 puntos en el resto de los valores de x .

B4) Se valorará sobre 1 punto la mención justificada del teorema utilizado, haciendo referencia al cumplimiento de las hipótesis requeridas, y sobre 2 puntos los cálculos y la argumentación usados para su aplicación en la demostración de la existencia del punto pedido.